이산수학 중간고사 2

2012.11.20.

학번 _____ 이름 _____

7장: recurrence relations

1. Recurrence relation $\sqrt{a_n} = \sqrt{a_{n-1}} + 2\sqrt{a_{n-2}}, \quad a_0 = a_1 = 1$ 을 풀어라. [10점]

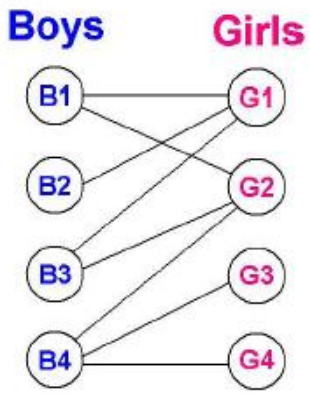
2. n개의 disc가 주어진 Hanoi Tower 문제에서 disc를 옮기는 총 회수를 T(n)이라 할 때, T(n)은 n에 대하여 non-polynomial 함수임을 보여라. [10점]

8장: graph theory

3. 다음 bipartite 그래프에서 edge는 모두 왼쪽에서 오른쪽으로 방향성을 가진다.

   A. Maximal matching의 cardinality는 얼마인가? _____ [3점]

   B. 주어진 그래프에서 complete matching 은 가능한가? Yes/No 로 답한 후 그 이유를 Hall's marriage theorem으로 설명하라. [7점]



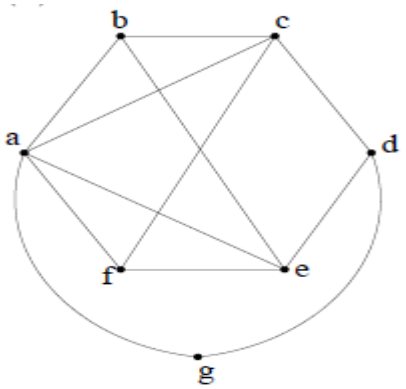
4. 어떤 그래프에서든지 홀수 degree를 가진 vertex는 짝수 개가 있어야 함을 증명하라. [7점]

5. 다음 그래프를 보고 답하라.

A. Euler cycle이 존재하는가? Yes/No로 답한 뒤 이유를 말하라. [3점]

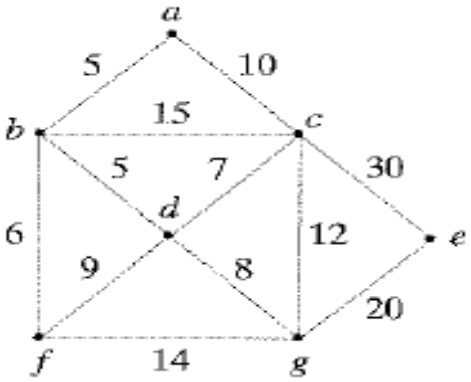
B. 주어진 그래프에 Hamiltonian cycle이 있는가? Yes/No로 답한 뒤 있으면 a로부터 시작해서 a로 돌아오는 Hamiltonian cycle을 굵은 선으로 표시하라. _____ [5점]

C. 주어진 그래프는 planar인가? Yes/No로 답한 뒤 증명하라. [10점]



9장: trees

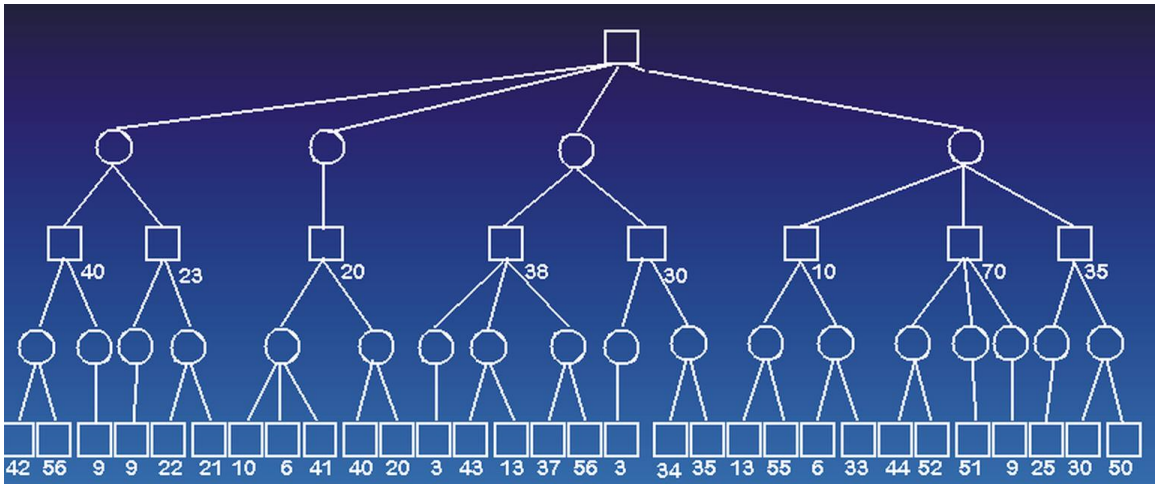
6. 다음 그래프는 도시(vertex)들과 그들을 연결하기 위해 도로(edge)를 건설할 경우 필요한 비용(weight)을 나타내고 있다. 모든 도시를 연결하는 최소 비용의 도로망을 그래프 위에 굵은 선으로 표시하라 [5점]



7. 아래 게임 트리에서 네모는 평가 값을 최대화하려는 player이고, 동그라미는 최소화하려는 player이다. (Level 2의 네모 노드에 표시된 값들은 무시하라.)

   A. Depth first search를 사용하였을 때, root 노드의 평가 값은 얼마인가? _____ [10점]

   B. 주어진 tree 상에 Alpha pruning 또는 beta pruning이 일어나는 위치를 모두 표시하라. [5점]



8. 아래 표와 같이 글자의 빈도가 나타날 때 Huffman code tree를 작성하라. 같은 level에서는 빈도 수가 작은 노드를 왼쪽 child로 배치하라 [5점]

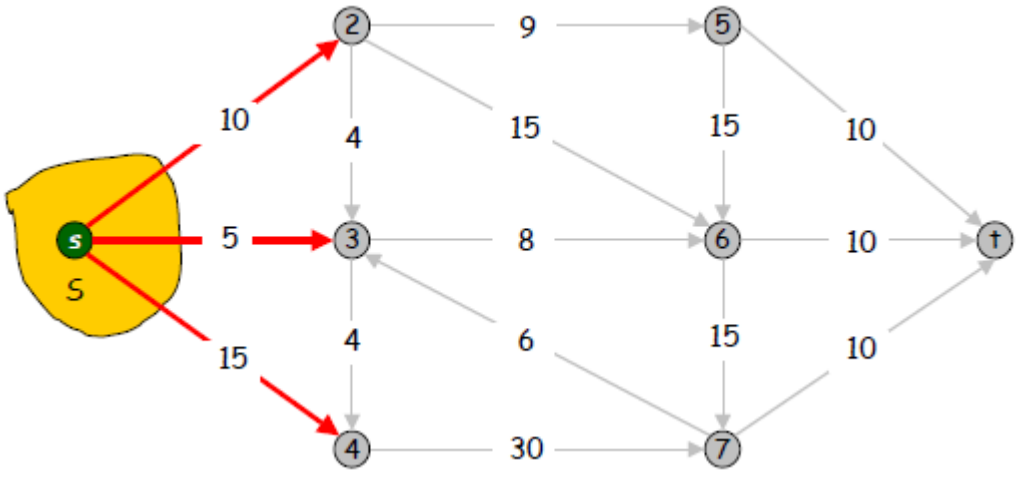
글자	빈도
A	3
B	4
C	5
D	6
E	15
F	16

10장: network models

9. 다음 주어진 transportation network에서 각 arc 위의 숫자는 capacity를 의미한다.

   C. S로부터 t로의 max flow는 얼마인가? [5점] _____

   D. 한 개의 곡선으로 네트워크 위에 min cut 을 표시하라. [5점]



10. (1)번 문제에서, arc 위의 숫자가 capacity가 아니라 weight라면 s에서 출발하여 각 노드로 가는 최단 경로 (shortest path)를 알 수 있도록 최단 경로에 속한 arc들을 굵은 선으로 강조하라 (9번 문제의 mincut 답과 구분되게끔 깔끔하게 표기할 것) [10점]